

Теорія страхового та фінансового ризику

Ямненко Р.Є

КНУ імені Тараса Шевченка

15 лютого 2017 р.

- 1 Лекція 1. Принципи актуарного моделювання
 - Моделі
 - Моделювання – переваги і обмеження
 - Стохастичні і детерміновані моделі
 - Придатність моделі
 - Короткострокові і довгострокові моделі
 - Аналіз вихідних даних моделі
 - Перевірка чутливості моделі
 - Повідомлення результатів

1.1. Чому використовуються моделі

Модель – це імітація системи або процесу реального світу. Можна розробити моделі різноманітної діяльності, такої як економіка країни, робота людського серця, майбутні грошові потоки страхової компанії із страхування життя.

Припустимо, що ми хочемо "передбачити" вплив змін у реальному світі на ці моделі. У деяких випадках спроба провести зміни у реальності може бути дуже ризикованою, або дуже дорого коштувати, або бути довготривалою, навіть при умові використання вибіркового підходу.

Впровадження змін, без оцінки моделі може привести до серйозних наслідків. Економіка може перейти до стану спаду, що буде коштувати уряду провалу на наступних виборах, пацієнт може померти, а фірма із страхування життя може впровадити новий вид страхування із дуже не вигідними страховими преміями.

Моделі дають можливість вивчити можливі наслідки. Вплив змін деяких параметрів можна вивчити до моменту прийняття рішення і впровадження планів у життя.

Щоб побудувати модель системи або процесу потрібно розробити сукупність математичних і логічних припущень стосовно того, як ця модель буде функціонувати.

Складність моделі визначається складністю співвідношень між різними параметрами моделі.

Наприклад, при моделюванні діяльності фірми із страхування життя потрібно розглянути такі питання, як правила фінансових операцій, оподаткування, терміни остаточної виплати. Впливати на доходи від інвестицій будуть також інфляція, нові види діяльності фірми, помилки при прийнятті рішень, зміна рівня смертності, додаткові витрати і та ін.

Для розробки моделі і визначення належних параметрів потрібно проаналізувати дані на відповідність. Ці дані можуть бути результатом спостережень у минулому, теперішні спостереження, або очікувані дані про майбутні зміни. Якщо дані вважаються придатними для розрахунків параметрів вибраної моделі, то потрібно застосувати статистичні методи перевірки даних на відповідність.

Перед тим як зробити остаточний вибір моделі і параметрів важливо визначити мету створення і використання моделі. У багатьох випадках не бажано створювати найбільш точну модель, а замість цього створюється модель, яка не применшує витрати чи інші ризики, які повинні бути враховані.

1.2. Як моделі використовуються

Хоча у реальному житті процес моделювання не є фіксованою послідовністю заздалегідь визначених кроків, корисно при моделюванні мати на увазі певну послідовність ключових кроків.

На практиці актуарій при побудові моделі повторює ці кроки, поступово покращуючи модель. Ключові кроки у процесі моделювання можна визначити так:

1. Розробити добре визначену множину цілей, яких ми хочемо досягти при моделюванні.
2. Розробити план процесу моделювання і визначити як модель буде затверджуватись.
3. Зібрати і проаналізувати необхідні дані для моделі.
4. Спочатку вибрати модель на основі існуючих систем реального світу. Удосконалення моделі проводиться на наступних етапах.
5. Потрібно залучати експертів із знанням реальних систем, які ви хочете моделювати, для одержання інформації про відповідність моделі.

6. Потрібно вирішити який моделюючий програмний пакет або мова програмування є придатними для впровадження моделі. Потрібно вибрати статистично надійний генератор випадкових чисел, який буде адекватно функціонувати відповідно до складності моделі.
7. Написати комп'ютерну програму для моделі.
8. Налагодити програму, щоб бути впевненим, що вона виконує визначені у моделі дії.
9. Перевірити коректність одержаних з моделі результатів.
10. Перевірити і дослідити відповідність моделі з точки зору стійкості при малих змінах параметрів.
11. Проаналізувати одержані з моделі результати.
12. Повідомити і задокументувати результати.

2. Моделювання – переваги і обмеження

У актуарній роботі однією із важливих переваг моделювання є те, що системи, які функціонують протягом довгого періоду часу, такі як операції пенсійного фонду, можна вивчати у стислі строки.

Іншими перевагами є такі:

- складні системи із стохастичними елементами, такі як операції із страхування життя, не можуть бути належним чином описані математичними або логічними моделями так, щоб моделі давали результати, які було б легко пояснити. Тому імітаційне моделювання – це шлях вивчення дій страхової компанії по страхуванню життя;
- різні майбутні плани або можливі заходи компанії можна порівнювати для того, щоб визначити найбільш підходящі для користувача;
- у моделі складної системи ми можемо контролювати умови експерименту, таким чином можна зменшити дисперсію результатів без значних змін їх середніх значень.

Однак, побудова моделі не дає простих розв'язків всіх актуарних проблем. Моделі мають свої недоліки, які потрібно розуміти при тлумаченні результатів моделювання.

Мають місце такі недоліки моделювання:

- розробка моделі вимагає багато часу і певного досвіду. Фінансові затрати при розробці можуть бути значними, оскільки потрібно перевіряти відповідність зроблених припущень, відповідність програмного забезпечення, коректність одержаних результатів і т.ін.;

- у стохастичних моделях, для будь-якої заданої множини даних які вводяться, ми будемо мати лише оцінку результатів. Тому при дослідженні результатів, одержаних з моделі, для заданої множини даних потрібно провести ряд незалежних прогонів моделі. Зазвичай моделі більш корисні для порівняння одержаних результатів при зміні вхідних даних, ніж для оптимізації вихідних даних;
- моделі можуть виглядати вражаюче при реалізації на комп'ютері і це може привести до хибного відчуття достовірності моделі. Якщо модель не пройшла перевірки на відповідність, то її вражаючі результати на комп'ютері є слабкою заміною її можливості відтворювати відповідні реальні системи;

- моделі дуже залежать від даних, що вводяться. Якщо якість введених даних низька або вони мало достовірні, тоді вихідні дані моделі будуть некоректними;
- важливо, щоб користувач моделі розумів модель і випадки, коли модель може бути застосована. Існує небезпека використання моделі у якості "чорного ящика коли всі одержані з моделі результати вважаються надійними без дослідження на відповідність застосування моделі до конкретних даних;

- неможливо включити в модель всі майбутні події. Наприклад зміни у законодавстві можуть зробити недійсними одержані з моделі результати;
- іноді буває важко пояснити деякі одержані з моделі результати. Вихідні дані можуть бути дійсними у більшій степені відносно ніж абсолютно. Наприклад можна порівнювати рівні ризику для різних вхідних даних.

3. Стохастичні і детерміновані моделі

Якщо бажано представити реальну систему так точно, як тільки можливо, то модель повинна відтворювати випадкову природу даних. Стохастичні моделі – це моделі, які враховують випадкову природу даних, що вводяться. Модель, яка не містить випадкових складових є детермінованою.

У детермінованій моделі результат буде визначений, як тільки визначені множина даних, що вводяться, і співвідношення між цими даними. У стохастичних моделях вихідні і вхідні дані є випадковими. Вихідні дані в цьому випадку – це лише оцінка характеристик моделі для заданої множини вхідних даних.

Для застосування статистичних методів при дослідженні впливу вхідних даних на результат необхідно провести декілька незалежних прогонів моделі для кожного набору вхідних даних.

Детермінована модель є просто окремим (спрощеним) випадком стохастичної моделі. Застосування детермінованої або стохастичної моделі залежить від того хочете ви одержати результати одиничного "сценарію" чи хочете одержати розподіл результатів всіх можливих "сценаріїв".

Якщо стохастична модель досліджується за допомогою методу моделювання "Монте-Карло" тоді це приводить до набору достатньо великого числа різних детермінованих моделей, які вважаються рівноймовірними. Результати детермінованої моделі можна часто одержати прямими обчисленнями, але іноді необхідно застосовувати чисельні методи наближення.

Якщо стохастична модель достатньо проста, то можна вивести результати аналітично. Цей підхід є кращим ніж результат "Монте-Карло" моделювання. За допомогою точних результатів легше проаналізувати вплив змін у зроблених припущеннях. Однак, багато практичних задач дуже складні для застосування аналітичних методів. У цьому випадку слушно застосовувати метод "Монте-Карло".

Але, якщо якусь частину моделі можна проаналізувати аналітично, то це дає можливість перевірити використані імітаційні методи. Іноді, використавши детерміновані методи, можна обчислити середні значення або значення медіан для вихідних даних у складних задачах, а потім оцінити розподіл значень навколо цих середніх за допомогою імітаційних методів.

Потрібно усвідомлювати, що імітаційні методи, загалом, дають відповідь на питання "що буде, якщо? тобто які результати ми одержимо, якщо зробимо певні припущення? Більш складно використати імітаційні методи для одержання оптимального розв'язку. Ще одне обмеження дає точність імітаційних результатів, яка залежить від числа повторених імітацій.

3.1. Дискретні і неперервні множина станів і час

Стан моделі – це множина змінних, які описують систему у даний момент часу. Можна уявити будь-який майбутній сценарій, як стани, які будуть досягнуті у наступні моменти часу.

Дискретну множину станів одержимо у випадку, коли змінні, що описують систему, є простими функціями часу (приймають сталі значення на визначених проміжках часу). Наприклад кількість померлих, або зростання кількості страхових полісів.

Неперервну множину станів утворюють змінні, які неперервно залежать від часу. Наприклад момент смерті власника страхового полісу. Рішення використовувати дискретну або неперервну модель для конкретної системи визначається скоріше метою вивчення, ніж реальною природою системи.

Модель може розглядатись як у дискретному так і у неперервному часі. Метод "Монте-Карло" не можливо застосувати для неперервних у часі задач. Потрібно дискретизувати час. Це можна зробити з будь-якою точністю, але чим вища точність тим більше часу потребує процес моделювання. Потрібно також пам'ятати, що деякі результати для моделей у неперервному часі і для моделей з неперервною множиною станів не можливо одержати дискретним моделюванням.

4. Придатність моделі

Оцінюючи придатність моделі для конкретного випадку, важливо мати на увазі наступне:

- мету моделювання;
- обґрунтованість застосування моделі;
- відповідність даних, що використовуються;
- можливі помилки, пов'язані з тим, що модель або параметри моделі не можуть ідеально представляти реальну систему, яка моделюється;
- вплив кореляції між випадковими величинами, які "керують" моделлю;

- величину кореляції між різними вихідними даними моделі;
- придатність моделей, які були розроблені і використовувались у минулому;
- достовірність введених даних;
- достовірність одержаних результатів;
- небезпеку помилки у точності;
- простоту, з якою модель і її результати можна подати.

5. Короткострокові і довгострокові моделі

Стабільність співвідношень, що використовуються у моделі, може не зберігатись протягом тривалого періоду часу.

Наприклад, експоненційне зростання може розглядатись як лінійне, якщо проводити спостереження протягом короткого проміжку часу. Якщо зміни можна передбачити, то їх можна включити у модель, але загалом вважається, що довгострокові моделі менш надійні.

Модель – це спрощена версія реальної системи. Тому можна знехтувати співвідношеннями "вищого порядку" які мало впливають на систему за короткий проміжок часу, але які можуть накопичитись протягом тривалого періоду часу.

6. Аналіз вихідних даних моделі

Для аналізу результатів моделі необхідно використовувати статистичну вибірку техніку. Актуарій повинен виявити уважність і критичність на цьому етапі моделювання, бо спостереження можуть бути корельованими і розподіли послідовних спостережень можуть змінюватись з часом.

Потрібно уникати припущень стосовно того, що спостереження незалежні і однаково розподілені. Якщо існує реальна система з вихідними даними, які можна порівняти з вихідними даними моделі, тоді потрібно провести тест "Тюрінга".

У цьому тесті спеціаліст із знанням реальної системи повинен порівняти декілька множин даних із реальної системи і даних моделювання, не знаючи які саме дані він порівнює.

Якщо експерт може розрізнити дані з реальної системи і дані моделювання, тоді застосовану експертом техніку потрібно використати для покращення моделі.

7. Перевірка чутливості моделі

Важливо перевірити відповідність результатів, одержаних у моделі, у порівнянні з реальними даними, якщо це можливо. Потрібно перевірити вихідні дані на чутливість до малих змін у вхідних даних або у їх статистичних розподілах.

Якщо малі зміни вхідних даних або їх розподілів приводять до значних змін у вихідних даних, то потрібно переглянути відповідність моделі. При цьому потрібно визначити ключові вхідні дані і ті співвідношення, які грають визначальну роль при побудові і використанні моделі. Модель потрібно перевірити шляхом підходящого імітаційного експерименту. Завдяки цьому модель може бути удосконалена.

8. Повідомлення результатів

Останній етап у процесі моделювання – це презентація моделі і опублікування результатів. При презентації потрібно брати до уваги рівень знань аудиторії та її точку зору.

При цьому треба переконатися, що клієнт приймає модель, як надійну і корисну при прийнятті рішень. Дуже важливо, щоб були взяті до уваги всі обмеження накладені для відповідності моделі та обмеження при її використанні.