

Статистичні методи теорії ризику

© Ямненко Р.Є

КНУ імені Тараса Шевченка
механіко-математичний факультет
магістратура "Актуарна та фінансова математика"

2 семестр 2012

1 Лекція 13

1 Лекція 13

2 Метод Борнхуеттера-Фергюсона

- Коефіцієнти рівня збитковості
- Основні припущення та концепція базового методу Борнхуеттера-Фергюсона

Коефіцієнти рівня збитковості

Відношення величини заявлених позовів до величини отриманих премій називають коефіцієнтом рівня збитковості.

Коефіцієнти збитковості зазвичай засновані на преміях, але можливе використання інших величин, таких як обіг або фонд заробітної плати. Коефіцієнти рівня збитковості зазвичай досить стійкі та стабільні для кожного року розвитку, за умови відсутності кардинальних змін, зокрема помітних змін у розмірах премій, або катастрофи.

Таким чином, коефіцієнт збитковості, заснований на трендах попередніх даних, оцінках андеррайтерів чи даних ринку, може використовуватись для оцінки остаточного розміру збитків, а отже і розміру несплачених збитків.

Якщо для підрахунку резервів планують використовувати коефіцієнт рівня збитковості, головним питанням є спосіб його вибору. Джерелами інформації для нього можуть бути:

- 1) попередні дані за даним видом страхування;
- 2) припущення, зроблені при визначенні страхового тарифу;
- 3) думка андерайтера або іншої особи;
- 4) статистика ринку для однорідних видів страхування.

Але цими даними треба користуватись з обережністю: навіть якщо дані за останні 5 років по цьому виду страхування демонстрували стабільне значення коефіцієнта збитковості, це не гарантує, що це значення буде таким самим в поточному році, а це може привести до невірному визначення розміру резерву IBNR.

Основні припущення та концепція базового методу Борнхуеттера-Фергюсона

Ключовим припущенням методу Борнхуеттера-Фергюсона є те, що незаявлені (або несплачені претензії) доводяться до остаточного рівня на підставі очікуваних позовів.

Іншими словами, позови, що заявлені станом на останню дату, не містять інформації про суму претензій, які будуть заявлені.

В цьому полягає відмінність від метода розвитку, в якому початковим припущенням є те, що незаявлені (або несплачені) позови доводяться до остаточного рівня на підставі заявлених (або сплачених) претензій станом на поточну дату.

Також суттєво використовується припущення, що наростаючі виплати за позовами, спричинені страховими подіями, які виникли протягом кожного року настання збитків, зростають однаково (стовпчики в трикутнику розвитку пропорційні). Іншими словами, для прогнозу майбутніх виплат для всіх років настання збитків застосовують одні й ті самі коефіцієнти розвитку.

Концепція даного методу полягає в тому, що:

- Як би не розвивались позови конкретного року настання страхової події до теперішнього часу, майбутня структура розвитку буде відповідати досвіду інших років настання страхових подій.
- Для заданого року настання страхової події, минулий розвиток не обов'язково є кращим показником майбутніх позовів, аніж загальний рівень збитковості.

Найпростіша форма методу Борнхуеттера-Фергюсона включає такі етапи.

- 1 Визначити коефіцієнт рівня збитковості λ з будь-якого з вищевказаних джерел.
- 2 Використовуючи коефіцієнт рівня збитковості λ , знайти початкові оцінки величини сумарних остаточних збитків BUL_i (від benchmark ultimate loss) для кожного періоду інастання збитків за формулою

$$BUL_i = \lambda P_i, \quad (1)$$

де P_i – зароблена премія для i -го року настання збитків.

- 3 Знаходження коефіцієнтів прогнозу f_i за даними трикутника розвитку. Як правило f_i - це фактор розвитку, що отримується застосуванням методу ланцюгових сходів, але можливі й інші варіанти. Зокрема, визначивши $\rho(l)$ - фактори розвитку для прогнозу на один крок від l до $l + 1$ року розвитку, покладаємо

$$f_i = \prod_{l=i}^n \rho(l). \quad (2)$$

- 4 Знаходження ефективних оцінок виплат/збитків для кожного року розвитку i шляхом ділення початкових оцінок BUL_i на визначений коефіцієнт прогнозу f_i . Отже, оновлені оцінки збитків для кожного року настання збитків мають вигляд

$$RUL_i = \frac{BUL_i}{f_i}. \quad (3)$$

- 5 Знаходження оцінок розвитку майбутніх виплат для i року настання збитків як різниці між відповідними початковими і оновленими оцінками сумарних остаточних збитків.

Таким чином, величину резерву для кожного року настання збитків розраховують за формулою

$$R_i = BUL_i - RUL_i = BUL_i \left(1 - \frac{1}{f_i}\right) = \lambda P_i \left(1 - \frac{1}{f_i}\right). \quad (4)$$

Розглянемо приклад застосування методу. В наступній таблиці наведений трикутник розвитку та допоміжні розрахунки для знаходження факторів розвитку згідно з методом ланцюгових сходів.

Рік збитків	Рік розвитку					
	0	1	2	3	4	5
0	2866	3334	3503	3624	3712	3717
1	3359	3889	4033	4231	4319	
2	3848	4503	4779	4946		
3	4673	5422	5676			
4	5369	6142				
5	5818					
Суми	25933	23290	17991	12801	8031	3717
Суми без ост. даного	20115	17148	12315	7855	3712	
Коеф. розвитку ρ	1.158	1.049	1.039	1.022	1.001	1
Коеф. розвитку f	1.29	1.115	1.063	1.023	1.001	1

У таблиці наведено обсяг зароблених премій. Коефіцієнт рівня збитковості λ оцінений за даними 0 року настання збитків:

$$\lambda = \frac{S_{0,5}}{P_0} = 0.83.$$

AY	0	1	2	3	4	5
P_i	4486	5024	5680	6590	7428	8502
$BUL_i = 0.83P_i$	3723	4170	4714	5470	6210	7057

Тут AY (accident year) – рік настання страхової події.

Наступний крок – застосування факторів розвитку для оцінювання майбутніх збитків та додавання позовів, що виникли і вже заявлені.

AY	0	1	2	3	4	5
f_i	1.29	1.115	1.063	1.023	1.001	1
$1 - \frac{1}{f_i}$	0.225	0.103	0.059	0.022	0.001	
BUL_i	7057	6210	5470	4714	4170	3723
$R_i = BUL_i \left(1 - \frac{1}{f_i}\right)$	1588	640	323	104	4	0
Заявлені вимоги	5818	6142	5676	4946	4319	3717
Очікувані вимоги	7406	6782	5999	5050	4323	3717

Сумарні очікувані збитки за всі ці 6 років складуть 33277.

Вправа

У таблиці нижче наведено накопичені позови, які надійшли з портфелю страхових полісів.

Рік події	Рік розвитку		
2010	2748	3819	3991
2011	2581	4014	
2012	3217		

Компанія вирішила застосувати метод Борнхуеттера–Фергюсона для обчислення резервів, припускаючи, що коефіцієнт рівня збитковості дорівнює 85 %. Обчисліть величину резерву для 2012 р., якщо зароблена премія дорівнює 5012, а сплачені позови склали 1472.

Відповідь. 3232.

Вправа

Студент-актурій опрацювала дані про надходження позовів, але деякі листки з її розрахунками було загублено. Дані з накопиченими величинами позовів та спрогнозованими остаточними величинами позовів подано у таблиці:

Рік події	Рік розвитку				Остаточні величини
	0	1	2	3	
1	1001	1485	1762	W	X
2	1250	Y	1820		1862.3
3	1302	1805			2122.5
4	Z				2278.8

Усі позови було сплачено до кінця третього року розвитку. Відомо, що остаточні величини позовів було оцінено, використовуючи метод ланцюгових сходів.

- (i) Обчисліть значення W , X та Y .
- (ii) Для четвертого року розвитку студент застосувала метод Борнхуеттера-Фергюсона, використавши значення заробленої премії 2500 та коефіцієнту рівня збитковості 90 %.
Обрахуйте значення Z .
- (iii) Обчисліть величину резерву майбутніх виплат для всіх років настання подій за повністю відновленою таблицею.

Відповідь. (i) $W = 1803$, $X = 1803$, $Y = 1632$; (ii) $Z = 1410$;
(iii) 1228.6.

Вправа

Величини позовів, сплачених за полісом автомобільного страхування, є такими (числа у тис. £)

Рік полісу	Рік розвитку			
	0	1	2	3
2009	1256	945	631	378
2010	1439	1072	723	
2011	1543	1133		
2012	1480			

Інфляція за 12 років усередині кожного року була такою:

2010	2011	2012
2,10 %	1,20 %	-0,80 %

Річні премії, записані в 2012 р., становлять £5 250 000. Майбутню річну інфляцію із середини 2012 р. оцінюють, як 2,5 %. Коефіцієнт рівня збитковості (грунтуючись на цінах середини 2012 р.) оцінили в 75 %.

Припускають, що позови повністю буде сплачено до кінця третього року розвитку. Оцініть майбутні позови, що надійдуть від полісів, укладених лише в 2004 р. (вважаючи статистичні значення показників інфляції точними в обох випадках), використовуючи:

- (i) Метод ланцюгових сходів.
- (ii) Метод Борнхуеттера-Фергюсона.

Відповідь: (i) 2357,4; (ii) 2482,2.