

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
механіко-математичний факультет

ПРОГРАМА

з основних нормативних курсів для комплексного державного іспиту
з актуарної та фінансової математики
освітнього рівня “магістр”
(магістерська програма “актуарна та фінансова математика”)
2017/2018 навчальний рік

А. Студент повинен формулювати та активно володіти поняттями

Теорія ймовірностей

1. Основні поняття та аксіоми теорії ймовірностей.
2. Умовні ймовірності, формули повної ймовірності та Байеса, незалежність випадкових подій і величин.
3. Випадкові величини, математичне сподівання та дисперсія, їхні властивості.
4. Функція розподілу та щільність випадкової величини, сумісний розподіл. Стандартні ймовірнісні розподіли.
5. Закон великих чисел.
6. Центральна гранична теорема.
7. Умовне математичне сподівання.

Математична статистика

1. Статистики, оцінки та їх властивості. Емпірична функція розподілу. Варіаційний ряд, розподіл порядкових та рангових статистик.
2. Оцінки методу моментів, оцінки максимальної вірогідності.
3. Інтервальні оцінки, побудова довірчих інтервалів.
4. Перевірка статистичних гіпотез.
5. Метод найменших квадратів в регресійному аналізі.

Вибіркові обстеження

1. Простий випадковий, систематичний та стратифікований відбори.
2. Одноступінчатий кластерний, двоступінчатий стратифікований відбір.
3. Оцінювання по відношенню та по регресії при простому випадковому відборі. Роздільні та сумісні оцінки по відношенню та по регресії при стратифікованому відборі.

Математика фінансів

1. Моделі фінансового ринку з дискретним часом, означення портфеля та його капіталу, означення арбітражу.
2. Означення платіжного зобов'язання та основні типи платіжних зобов'язань, означення досяжного платіжного зобов'язання та породжувального портфеля, означення безарбітражної ціни.
3. Означення нейтральної до ризику та мартингальної міри, фундаментальні теореми фінансової математики.
4. Означення американського платіжного зобов'язання, оптимальної стратегії виконання.

Фінансова економіка

1. Міри інвестиційного ризику, основні положення та твердження теорії інвестиційного портфелю.
2. Основні факти теорії випадкових процесів як моделі поведінки ринку, стохастичні моделі поведінки цін акцій та деривативів в дискретному та неперервному часі.

Математична економіка

1. Функція попиту споживача. Слабка аксіома виявленої переваги. Компенсована за Слуцьким зміна цін. Необхідні і достатні умови виконання слабкої аксіоми виявленої переваги для функції попиту.
2. Теорія виробництва. Задача максимізації прибутку. Властивості відповідності пропозиції фірми і властивості функції прибутку.
3. Несхильність до ризику та її характеристики: непевний еквівалент лотереї, ймовірнісна премія. властивості функції корисності приймаючого рішення.

Математичні основи захисту інформації

1. Означення симетричної та асиметричної криптосистем, основні задачі сучасної криптографії (конфіденційність, аутентифікація, цілісність, неможливість відмови від авторства)
2. Означення цифрового підпису.
3. Формулювання задачі факторизації, Означення дискретного логарифма.

Фінанси та фінансова звітність

1. Основні типи власності, фінансів і капіталу, основні фінансові інструменти.
2. Основи фінансової звітності, основні фінансові документи, облікові показники.

Комп'ютерна статистика

1. Головні компоненти вибірки. Метод регресії на головні компоненти для аналізу мультиколінеарних даних.
2. Оцінки методу найменших квадратів у лінійній регресійній моделі з авторегресійною залежністю між похибками.
3. Рідж-регресія.

Математичні основи страхування життя

1. Основні типи договорів страхування життя та страхових ануїтетів, актуарні позначення для їх очікуваної сучасної вартості.
2. Нетто-премії, нетто-резерви, брутто-премії, брутто-резерви.

Статистичні методи у ризиковому страхуванні

1. Характеристики основних типів продуктів ризикового страхування
2. Ймовірнісні характеристики сумарної величини виплат за портфелем договорів страхування.
3. Моделі розвитку збитків у ризиковому страхуванні

Моделі виживання

1. Ланцюг Маркова, Марківська властивість, перехідна ймовірність, стаціонарний розподіл.
2. Стрибокподібний процес Маркова, генератор інтенсивності переходів.
3. Функція виживання, сила смертності, основні закони смертності.
4. Регресійна модель Кокса.

Непараметрична статистика

1. Цензурована вибірка. Оцінки Каплана-Мейера для функції розподілу за цензурованими даними.
2. Ядерні оцінки щільності. Умови їх консистентності.
3. Задача класифікації. Формули для ймовірності помилки. Побудова баєсового класифікатора. Емпірично-баєсів класифікатор.

Статистика випадкових процесів

1. Побудова та властивості оцінки сигналу методом найменших квадратів для моделі сигнал + шум.
2. Оцінювання параметру зсуву в найпростішій моделі лінійної регресії.
3. Метод максимальної вірогідності для оцінювання параметру зсуву в стохастичному диференціальному рівнянні.
4. Задача оптимальної лінійної фільтрації.

Б. Студент має вміти доводити такі теореми:

Теорія ймовірностей

1. Закон великих чисел
2. Центральна гранична теорема

Математична статистика

1. Теорема про властивості оцінок методу моментів
2. Теорема про властивості оцінок максимальної вірогідності

Математика фінансів

1. Перша фундаментальна теорема фінансової математики
2. Друга фундаментальна теорема фінансової математики

Математична економіка

1. Основні співвідношення порівняльної статистики.

Математичні основи захисту інформації

1. Обґрунтування коректності алгоритму RSA.
2. Обґрунтування коректності алгоритму Діффі-Хеллмана.

Фінансовий аналіз

1. Теорема про необхідні умови імунізації за Редінгтоном.

Дослідження операцій

1. Теорема про двоїстість у лінійному програмуванні.
2. Теорема Куна-Такера.

Комп'ютерна статистика

1. Формула для середньоквадратичної похибки оцінок рідж-регресії.
2. Оптимальність проекції на головні компоненти.

Математичні основи страхування життя

1. Теорема про рівність проспективного та ретроспективного нетто-резервів для договору довічного страхування життя.

Статистичні методи у ризиковому страхуванні

1. Теорема про ймовірнісні характеристики сумарної величини виплат за портфелем договорів страхування

Моделі виживання

1. Рівняння Колмогорова-Чепмена.
2. Розподіл часу перебування та стану наступного стрибка для стрибкоподібних процесів Маркова.

Непараметрична статистика

1. Теорема про умови консистентності ядерних оцінок щільності.
2. Межа Дьорфі для ймовірності помилки емпірично-бассового класифікатора.

В. Студент має розв'язувати задачі таких типів:

Теорія ймовірностей

1. Визначати ймовірності подій та розподіли випадкових величин
2. Визначати математичне сподівання та дисперсію

Математична статистика

1. Оцінювати параметри методом моментів і методом максимальної вірогідності
2. Будувати довірчі інтервали для параметрів
3. Перевіряти статистичні гіпотези про параметри розподілу, гіпотези про незалежність, відповідність

Вибіркові обстеження

1. Оцінювати параметри під сукупностей при простому випадковому відборі без повернення.
2. Будувати довірчі інтервали, оцінювати дисперсію при систематичному відборі, застосовувати оцінку Хансена-Гурвіца при простому випадковому відборі з поверненням.
3. Оцінювати вектор сумарних значень характеристик генеральної сукупності, оцінювати середнє значення характеристики генеральної сукупності.

Математика фінансів

1. Знаходити нейтральні до ризику та мартингальні ймовірності.
2. Обчислювати безарбітражні ціни платіжного зобов'язання та визначати породжувальний портфель.
3. Обчислювати ціну американського платіжного зобов'язання та знаходити оптимальну стратегію виконання.

Фінансова економіка

1. Порівнювати різні інвестиції за їх дохідністю та ризикованістю.
2. Обчислювати значення цін основних деривативів, використовувати відсутність арбітражу для оцінювання активів, проводити обчислення в біноміальній моделі цін акцій.
3. Використовувати формулу Блека-Шоулза.

Математична економіка

1. Сформулювати і розв'язати задачу максимізації корисності і задачу мінімізації витрат у теорії споживання.
2. Аналізувати зв'язки між функцією попиту, непрямою функцією корисності, компенсованою функцією попиту та функцією витрат.
3. Сформулювати і розв'язати задачу максимізації прибутку та мінімізації видатків виробництва.

Математичні основи захисту інформації

1. Обчислювати дискретний логарифм у скінченній циклічній групі
2. Зашифрувати та розшифрувати повідомлення за допомогою системи RSA

Фінанси та фінансова звітність

1. Скласти балансовий звіт, рахунок прибутків і збитків, звіт про рух грошей.
2. Інтерпретувати облікові документи.

Фінансовий аналіз

1. Обчислювати накопичення та сучасну вартість грошових потоків, ануїтетів, норму прибутку за грошовим потоком.
2. Здійснювати розрахунки виплат за кредитом, річну фактичну вартість.
3. Обчислювати вартість облігації, прибуток за облігацією.
4. Перевіряти умови імунізації грошового потоку.

Дослідження операцій

1. Розв'язувати задачі лінійного програмування, транспортну задачу, задачі теорії ігор
2. Розв'язувати задачі опуклого та динамічного програмування.
3. Будувати баєсові вирішуючі функції.

Математичні основи страхування життя

1. Обчислювати за допомогою актуарних таблиць основні страхові та ануїтетні функції для однієї та двох осіб.

2. Обчислювати нетто-премії та нетто-резерви для договорів страхування життя та страхових анuitетів.

Статистичні методи у ризиковому страхуванні

1. Знаходження основних ймовірнісних характеристик сумарної величини виплат за портфелем договорів страхування.

2. Використання моделі Крамера-Лундберга для знаходження ймовірності банкрутства страхової компанії.

3. Знаходження величини резервів збитків у ризиковому страхуванні.

Моделі виживання

1. Обчислити перехідні ймовірності за n кроків, стаціонарний розподіл.

2. Оцінити ймовірність стрибка у певний стан для стрибкоподібних процесів Маркова.

3. Обчислення основних актуарних величин.

Статистика випадкових процесів

1. Будувати оцінку сигналу методом найменших квадратів для моделі сигнал + шум.

2. Оцінювати параметр зсуву в найпростішій моделі лінійної регресії.

3. Оцінювати параметру зсуву в стохастичному диференціальному рівнянні методом максимальної вірогідності.

Програма затверджена на засіданні вченої ради механіко-математичного факультету
Протокол №

Декан механіко-математичного факультету
М.Ф.Городній